ЗА РЕШАВАЊЕТО НА ДВЕ КЛАСИ ЛИНАРНИ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ ОД ВТОР РЕД

Лазо Димов
Машински Факултет, Скопје

Апстракт:
Во трудот се добиваат услови при кои може да се решат наведените класи линеарни диференцијални равенки, а воедно се добиваат и нивните егзактни решенија.

За диференцијалните равенки:

$$y''+[Ae^{ax}+B]y'+e^{ax}[Ce^{ax}+D]y=0\,, \tag{1}$$

$$y''+[Ae^{-ax}+B]y'+e^{-ax}[Ce^{-ax}+D]y=0\,, \tag{2}$$

со функционални коефициенти, каде $a, A, B, C.D$,се реални константи, ќе примениме постапка за нивно сведување на диференцијални равенки со константни коефициенти, а со тоа и нивно решавање. Односно ќе ги добиеме условите што ги задоволуваат фигурирачките коефициенти за равенките (1) и (2) да може да се сведат на диференцијални равенки со константни коефициенти.

За диференцијалната равенка (1) математичка интуиција не води до воведување на нова функција $u(t)$ и нова независно променлива величина t со релацијата

$$y(x)=\frac{u(t)}{t}\,. \tag{1.1}$$

По воведување на смената на функцијата и променливата равенката (1) станува

$$a^2tu''+[aAt+aB-a^2]u'+[Ct-aA+D+\frac{a^2-aB}{t}]u=0\,. \tag{1.2}$$

Равенката (1.2) ќе биде диференцијалната равенка со константни коефициенти

$$a^2u''+aAu'+Cu=0\,, \tag{1.3}$$

ако се задоволени условите:

$$aB-a^2=0, D-aA=0\,. \tag{1.4}$$

Да забележиме дека равенката (1) ги содржи како потслучаи равенките

$$2.33\text{:}\ y''+y'+ae^{-2x}y=0\,,$$

$$2.34\text{:}\ y''-y'+ae^{2x}y=0\,,$$

$$2.37б\text{:}\ y''+ay'+(be^{x}+c)y=0\,,$$

дадени во [1] на страна 375.

За диференцијалната равенка (2) ако воведеме смена на независно променливата со релацијата

$$t = e^{-ax} \tag{2.1}$$

таа се трансформира во равенката

$$a^2 ty'' + [a^2 - aB - aAt]y' + [Ct + D]y = 0 . \tag{2.3}$$

Од равенката (2.3) е очигледно : ако важи

$$B = a, D = 0 \tag{2.4}$$

тогаш равенката (2.3) е заправо диференцијалната равенка

$$a^2 y'' - aAy' + Cy = 0 \tag{2.5}$$

со константни коефициенти.

Ако пак $B \neq a$ и ако постои реален број k кој е решение на системот равенки

$$a^2 k^2 - aAk + C = 0, \quad a(a - B)k + D = 0 , \tag{2.6}$$

тогаш равенката (2.3) има партикуларен интеграл од облик

$$y = e^{kt} , \tag{2.7}$$

па понатамошното решавање на диференцијалната равенка (2) е во согласност со познатата теорија на линеарните диверенцијални равенки.

Да забележиме дека равенката

$$2.90: \quad a^2 y'' + a(a^2 - 2be^{-ax})y' + b^2 e^{-2ax} y = 0 ,$$

дадена во [1] на страна 385 е потслучај од равенката (2) и се добива за

$$A = -\frac{2b}{a}, B = a, C = \frac{b^2}{a^2}, D = 0 .$$

On solving two classes linear differential equations of second order

Lazo Dimov

Abstract

A sufficient conditions for solving given classes differential equations as well as their exact solutions are obtained in this work.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Э.Камке: Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, ГИ Москва 1951 , (руски превод).

[2] АИНС: Обыкновенные дифференциальные уравнения ,ИЛ Москва 1953, (руски превод).

[3] Митриновић Д.С. : Зборник математичких проблема, Београд 1958.